

## 1 Prüfung HS 2010

### 3 c)

$$F_{tot} = m \cdot a$$

$$F_{tot} = F_{Feder} = -k \cdot \Delta x \quad \text{bzw. in Ruhe gilt } \Delta x = x = x(t) \text{ und somit}$$

$$F_{tot} = m \cdot a(t) = -k \cdot x(t) \quad \text{ferner gilt } \dot{x}(t) = v(t), \dot{v}(t) = a(t) \text{ also } \ddot{x}(t) = a(t)$$

$$F_{tot} = m \cdot \ddot{x}(t) = -k \cdot x(t) \quad \text{also umgeschrieben}$$

$$F_{tot} = m \cdot \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = -k \cdot x(t)$$

### 3 d)

$$x(t) = x(0) \cdot \cos(\omega t) \quad \text{einmal ableiten}$$

$$\dot{x}(t) = x(0) \cdot \omega \cdot -\sin(\omega t) = \frac{dx(t)}{dt} \quad \text{noch einmal ableiten}$$

$$\ddot{x}(t) = x(0) \cdot -\omega^2 \cdot \cos(\omega t) = \frac{d^2 x(t)}{dt^2} \quad \text{jetzt einsetzen in}$$

$$F_{tot} = m \cdot \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = -k \cdot x(t) \quad \text{das gibt}$$

$$F_{tot} = m \cdot x(0) \cdot -\omega^2 \cdot \cos(\omega t) = -k \cdot x(0) \cdot \cos(\omega t) \quad \text{“}F_{tot}\text{” vergessen, umformen}$$

$$-\cos(\omega t) \cdot x(0) \cdot m \cdot \omega^2 = k \cdot -\cos(\omega t) \cdot x(0) \quad \text{es kürzt sich } -\cos(\omega t) \cdot x(0)$$

$$\cancel{-\cos(\omega t) \cdot x(0)} \cdot m \cdot \omega^2 = k \cdot \cancel{-\cos(\omega t) \cdot x(0)} \quad \text{womit bleibt}$$

$$m \cdot \omega^2 = k \quad \text{was nach } \omega^2 \text{ aufgelöst werden kann und auch soll } \left| \frac{\quad}{m} \right.$$

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \quad \text{wovon wir noch die Wurzel ziehen wollen } \left| \sqrt{\quad} \right.$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

□

**3 e) & f)**

es wirkt zusätzlich die Kraft  $F_0 \cdot \cos(\Omega t)$ , womit sich  $F_{tot}$  aus 5 c) ändert zu

$F_{tot} = F_{Feder} + F_{freib} = -k \cdot \Delta x + F_0 \cdot \cos(\Omega t)$ , das entspricht auch  $m \cdot a(t)$  bzw.  $m \cdot \ddot{x}(t)$   
 womit gilt

$$F_{tot} = m \cdot \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = -k \cdot x(t) + F_0 \cdot \cos(\Omega t) \quad \text{und sei } x(t) = x_0 \cdot \cos(\Omega t) \text{ bzw.}$$

$$x(t) = x_0 \cdot \cos(\Omega t) \quad \text{einmal abgeleitet}$$

$$\dot{x}(t) = -\Omega \cdot x_0 \cdot \sin(\Omega t) = \frac{dx(t)}{dt} \quad \text{noch einmal ableiten}$$

$$\ddot{x}(t) = -\Omega^2 \cdot x_0 \cdot \cos(\Omega t) = \frac{d^2 x(t)}{dt^2} \quad \text{das gibt eingesetzt und umgeformt}$$

$$m \cdot x_0 \cdot \Omega^2 \cdot -\cos(\Omega t) = -k \cdot x_0 \cdot \cos(\Omega t) + F_0 \cdot \cos(\Omega t) \quad \text{wir factorisieren } -\cos(\Omega t)$$

$$m \cdot x_0 \cdot \Omega^2 \cdot -\cos(\Omega t) = -\cos(\Omega t) \cdot (k \cdot x_0 - F_0) \quad \leftarrow \text{Vorzeichen, gell!}$$

$$m \cdot x_0 \cdot \Omega^2 \cdot \cancel{-\cos(\Omega t)} = \cancel{-\cos(\Omega t)} \cdot (k \cdot x_0 - F_0) \quad \text{es kürzt sich } -\cos(\Omega t), \text{ so bleibt}$$

$$m \cdot x_0 \cdot \Omega^2 = k \cdot x_0 - F_0 \quad \text{umformen } | -kx_0$$

$$m \cdot x_0 \cdot \Omega^2 - k \cdot x_0 = -F_0 \quad \text{wir factorisieren } x_0$$

$$x_0 \cdot (m \cdot \Omega^2 - k) = -F_0 \quad \text{und formen um } | \frac{-F_0}{m \cdot \Omega^2 - k}, \text{ dann bleibt}$$

$$x_0 = \frac{-F_0}{m \cdot \Omega^2 - k} = \frac{F_0}{k - m \cdot \Omega^2} \quad \text{jetzt gilt laut Aufgabe } \boxed{\Omega^2 \ll \frac{k}{m}} \text{ so my guess}$$

$$x_0 = \frac{F_0}{k - m \cdot \underbrace{\Omega^2}_{\searrow 0}} \quad \text{so wird auch } m \rightarrow 0 \text{ und damit nicht entscheidend, also}$$

$$x_0 = \lim_{\Omega^2 \rightarrow 0} \frac{F_0}{k - m \cdot \Omega^2} = \frac{F_0}{k - 0} \quad \text{oder eben}$$

$$x_0 = \frac{F_0}{k} \quad \square$$

Beim letzten Schritt bin ich mir nicht sicher, ob das so in Ordnung ist, oder sonst irgendwo ein Fehler vorliegt. Ich erkläre es mir so:  $\Omega^2$  wird ja ganz klein, also quasi 0, so bediene ich mich dessen:  $\lim_{\Omega^2 \rightarrow 0}$

Zur Richtigkeit der Aussagen und Rechnungen lasse ich mich gerne belehren ☺

lg nweyland